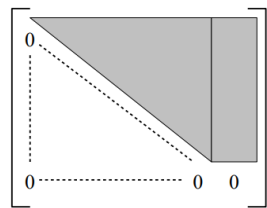


$$\begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1/2 & 5/2 \\ 0 & 1 & 1/2 & 7/2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Gambar 2.2 Solusi Tunggal SPL
(Sumber : [2])

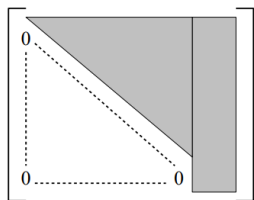
2. Solusi Banyak



$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Gambar 2.3 Solusi Banyak SPL
(Sumber : [2])

3. Tidak Ada Solusi



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Gambar 2.4 Solusi Banyak SPL
(Sumber : [2])

B. Metode Eliminasi Gauss

Metode Eliminasi Gauss adalah salah satu metode yang dapat digunakan dalam mendapatkan solusi Sistem Persamaan Linear dengan menggunakan matriks augmented dan Operasi Baris Elementer.

1. Mengubah SPL yang ingin diselesaikan Menjadi Matriks Augmented.

$$[A | \mathbf{b}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & | & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & | & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & | & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & | & b_m \end{bmatrix}$$

Gambar 2.5 Matriks Augmented
(Sumber :)

2. Operasi Baris Elementer

Operasi baris elementer adalah operasi yang digunakan untuk mengubah matriks augmented menjadi bentuk eselon baris.

Terdapat tiga operasi yang bisa digunakan :

- a. Melakukan perkalian suatu baris dengan sebuah konstanta tidak nol
- b. Melakukan pertukaran antara dua baris
- c. Melakukan Penambahan suatu baris dengan kelipatan konstanta dari baris lain.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_n \end{bmatrix} \sim_{\text{OBE}} \begin{bmatrix} 1 & * & * & \cdots & * & * \\ 0 & 1 & * & \cdots & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & * \end{bmatrix}$$

Gambar 2.6 Metode Eliminasi Gauss
(Sumber : [1])

C. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Metode Eliminasi Gauss-Jordan adalah salah satu metode yang dapat digunakan dalam mendapatkan solusi Sistem Persamaan Linear dengan mengubah matriks menjadi eselon baris tereduksi. Metode Eliminasi Gauss Jordan adalah pengembangan dari Metode Eliminasi Gauss.

1. Lakukan langkah seperti Metode Eliminasi Gauss
2. Lakukan OBE untuk mengubah matriks eselon baris menjadi matriks eselon baris tereduksi.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix} \sim_{\text{OBE}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & * \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & * \end{bmatrix}$$

Gambar 2.7 Metode Eliminasi Gauss-Jordan
(Sumber : [3])

D. Metode Matriks Balikan

Metode Matriks Balikan adalah salah satu metode yang dapat digunakan dalam mendapatkan solusi Sistem Persamaan Linear dengan menggunakan invers.

Jika terdapat SPL $Ax = b$

1. Cari invers dari matriks a dengan metode.
2. lakukan perkalian kedua ruas dengan invers dari matriks A.

$$(A^{-1})Ax = (A^{-1})b$$

$$Ix = A^{-1}b \quad (\text{karena } A^{-1}A = I)$$

$$x = A^{-1}b \quad (\text{karena } Ix = x)$$

Gambar 2.8 Langkah-Langkah Metode Matriks Balikan
(Sumber : [3])

E. Kaidah Cramer

Metode Kaidah Cramer adalah salah satu metode yang dapat digunakan dalam mendapatkan solusi Sistem Persamaan Linear dengan menggunakan determinan matriks.

Terdapat sebuah SPL sebagai berikut :

$$a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = c_1$$

$$a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = c_2$$

$$a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = c_3$$

Gambar 2.9 Contoh Persamaan Linear
(Sumber : [5])

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & a_{12} & a_{13} \\ c_2 & a_{22} & a_{23} \\ c_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad D_y = \begin{vmatrix} a_{11} & c_1 & a_{13} \\ a_{21} & c_2 & a_{23} \\ a_{31} & c_3 & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_z = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & c_3 \end{vmatrix}$$

Gambar 2.10
(Sumber : [5])

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \quad \dots, \quad x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

Gambar 2.11 Determinan
(Sumber : [5])

III. METODOLOGI

A. Batasan Penelitian

Dalam makalah ini, mempunyai beberapa batasan yang digunakan untuk menyederhanakan masalah penentuan tarif perjalanan Gojek. Batasan-batasannya sebagai berikut :

1. Komponen utama penentuan tarif. Pada makalah ini akan hanya mempertimbangkan tiga komponen utama dalam menentukan tarif perjalanan Gojek seperti, biaya per Kilometer, biaya dasar (biaya, dan tarif per menit.
2. Metode yang dibahas dan di implementasi pada

makalah ini hanya kaidah cramer dan metode matriks balikan.

3. Pada makalah ini yang menjadi fokus hanya layanan Goride atau transportasi roda dua.

B. Pengumpulan Data

Data-data yang digunakan pada makalah ini berasal dari riwayat transaksi pada aplikasi Gojek. Kemudian memfilter untuk riwayat transaksi pada tahun 2023. Diperoleh informasi alamat lokasi awal, alamat lokasi akhir, dan total tarif perjalanan. Contoh data dapat dilihat pada gambar berikut :

GoRide	Summarecon Mall Bandung Jl. Bulevar Barat, No. 75-89, Cisaranten Kidul, Gedebage, Bandung	Jl. Sukawening No. 16 Jalan Sukawening 16, Jatinangor, Sumedang, Jawa Barat, Indonesia	Tunai	Rp43.000
GoRide	Depan Skyland Jl. Raya Jatinangor No.150, Hegarmanah, Jatinangor, Kabupaten Sumedang, Jawa Barat 45363, Indonesia	Gedung Utama Rektorat ITB Jatinangor 3QCC+Q58, Sayang, Kec. Jatinangor, Kabupaten Sumedang, Jawa Barat 45363, Indonesia	Tunai	Rp13.000
GoRide	Kampus ITB Jatinangor Jl. Let. Jend. Purn. Dr. (HC) Mashudi No.1, Sayang, Jatinangor, Sumedang	Jl. Cikuda- Field Residence No.2 Jl. Cikuda- Field Residence No.2, Hegarmanah, Jatinangor, Sumedang, Jawa Barat, Indonesia	GoPay	Rp12.500
GoRide	Jl. Sukawening No. 16 Jalan Sukawening 16, Jatinangor, Sumedang, Jawa Barat, Indonesia	Gedung Utama Rektorat ITB Jatinangor 3QCC+Q58, Sayang, Kec. Jatinangor, Kabupaten Sumedang, Jawa Barat 45363, Indonesia	GoPay	Rp13.000
GoRide	Kampus ITB Jatinangor Jl. Let. Jend. Purn. Dr. (HC) Mashudi No.1, Sayang, Jatinangor, Sumedang	Naima Resto Jl. Rancabolang No.142, Manjahlega, Kec. Rancasari, Kota Bandung, Jawa Barat 40286	Tunai	Rp38.000

Gambar 3.1 Data Riwayat Transaksi Gojek
(Sumber : Dokumentasi pribadi)

Didapatkan beberapa riwayat transaksi layanan Goride, namun penulis hanya menganalisis riwayat transaksi yang dilakukan di wilayah Bandung dan Jatinangor.

C. Perancangan Solusi

Pilih 3 data riwayat transaksi yang dilakukan di sekitar daerah Kota Bandung dan Jatinangor.

No	Titik Awal	Titik Akhir
1	Summarecon Mall Bandung Jl. Bulevar Barat, No. 75-89, Cisaranten Kidul, Gedebage, Bandung	Jl. Sukawening No. 16 Jatinangor, Sumedang, Jawa Barat, Indonesia
2	Kampus ITB Jatinangor Jl. Let. Jend. Purn. Dr. (HC) Mashudi No.1, Sayang, Jatinangor, Sumedang	Naima Resto Jl. Rancabolang No.142, Manjahlega, Kec. Rancasari, Kota Bandung, Jawa Barat 40286

3	Jl. Sukawening No. 16 Jatinangor, Sumedang, Jawa Barat, Indonesia	Gedung Utama Rektorat ITB Jatinangor Sayang, Kec. Jatinangor, Kabupaten Sumedang, Jawa Barat 45363, Indonesia
---	--	--

No	Total Tarif Perjalanan	Total Jarak	Waktu Tempuh
1	Rp 43.000	14 KM	40 Menit
2	Rp 38.000	15 KM	30 Menit
3	Rp 13.000	3KM	8 Menit

Tabel 3.1 Perancangan Solusi
(Sumber : Dokumen Pribadi)

Dari data data diatas ubah menjadi Sistem Persamaan Linear $Ax = b$, dengan matriks a merupakan komponen x adalah t, y adalah komponen total jarak, dan z adalah komponen waktu tempuh dan b merupakan komponen total tarif perjalanan.

$$AX + 14Y + 40Z = 43.000 \quad (1)$$

$$AX + 15Y + 30Z = 38.000 \quad (2)$$

$$AX + 3Y + 8Z = 13.000 \quad (3)$$

Ubah persamaan SPL diatas menjadi matriks augmented dengan bentuk $[A|b]$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 14 & 40 & 43000 \\ 1 & 15 & 30 & 36000 \\ 1 & 3 & 8 & 13000 \end{array} \right]$$

Gambar 3.1 Matriks Augmented
(Sumber : Dokumentasi Pribadi)

D. Implement Kaidah Cramer

Program ini mengimplementasi perhitungan sistem persamaan linier dengan kaidah cramer menggunakan bahasa python. Pada Program ini penulis menggunakan beberapa fungsi bawaan pada library numpy.

Inisialisasi elemen-elemen matriks augmented. Matriks a berisi komponen tarif awal, tarif per kilometer dan tarif per menit, sedangkan matriks b berisi komponen tarif total perjalanan

```
A = np.array([
    [1, 14, 40],
    [1, 15, 30],
    [1, 3, 8]
], dtype=float)

b = np.array([43000, 38000, 13000], dtype=float)
```

Fungsi kaidah cramer dirancang untuk menyelesaikan sistem persamaan linier. Fungsi ini menghitung determinan matriks A memakai fungsi bawaan numpy "np.linalg.det" untuk menentukan matriks bisa dibalik dan determinan bukan 0. Apabila determinan nol, fungsi akan menghentikan eksekusi. Setelah itu, dilakukan loop sebanyak jumlah elemen di matriks b. Nilai solusi untuk setiap variabel diperoleh dengan membagi determinan matriks hasil substitusi dengan determinan matriks asli . Proses ini dilakukan untuk semua kolom matriks , dan hasilnya disimpan dalam array solusi.

```
import numpy as np

def kaidah_cramer(A, b):
    # Menghitung determinan matriks A
    det_A = np.linalg.det(A)

    # Mengecek apakah Determinan A = 0
    if det_A == 0:
        raise ValueError("Determinan 0, tidak bisa menggunakan aturan Cramer")

    n = len(b)
    hasil = np.zeros(n)

    # Mencari hasil spl dengan aturan Cramer
    for i in range(n):
        A_i = A.copy()
        A_i[:, i] = b
        det_A_i = np.linalg.det(A_i)
        hasil[i] = det_A_i / det_A

    return np.round(hasil, decimals=1)
```

```
Hasil = kaidah_cramer(A, b)
print("Berdasarkan Kaidah Cramer didapati solusi sebagai berikut : \n", Hasil)

x = Hasil[0]
y = Hasil[1]
z = Hasil[2]

# Output
# Output
print("Biaya Dasar = Rp.", x )
print("Tarif per KM = Rp.", y)
print("Tarif Per Menit = Rp.", z)
```

E. Implementasi Metode Matriks Balikan

Program ini Mengimplementasikan perhitungan sistem persamaan linier dengan metode matriks balikan menggunakan bahasa python. Pada Program ini penulis menggunakan beberapa fungsi bawaan pada library numpy.

Inisialisasi elemen-elemen matriks augmented. Matriks a berisi komponen tarif awal, tarif per kilometer dan tarif per menit, sedangkan matriks b berisi komponen tarif total perjalanan

```
A = np.array([
    [1, 14, 40],
    [1, 15, 30],
    [1, 3, 8]
], dtype=float)

b = np.array([43000, 38000, 13000], dtype=float)
```

Fungsi Matriks Balikan dirancang untuk menyelesaikan sistem persamaan linier. Fungsi ini menghitung determinan

matriks A memakai fungsi bawaan numpy "np.linalg.det" untuk menentukan matriks bisa dibalik dan determinan bukan 0. Apabila determinan nol, fungsi akan menghentikan eksekusi. Setelah itu, invers dari matriks a dihitung memanfaatkan fungsi bawaan numpy "np.linalg.inv" dan solusi akhir x diperoleh dengan perkalian matriks np.dot(A_inverse, b). Untuk melindungi akurasi, nilai mendekati nol disesuaikan jadi nol, serta hasil akhir dibulatkan memakai "np.round".

```
import numpy as np

def MatriksBalikan(A, b, tol=1e-10):
    # Menghitung determinan matriks A
    det_A = np.linalg.det(A)

    # Mengecek apakah Determinan A mendekati 0
    if abs(det_A) < tol:
        raise ValueError("Tidak bisa dilakukan")

    # Menghitung matriks balikan
    A_inverse = np.linalg.inv(A)

    # Menghitung solusi dengan mengalikan matriks balikan dengan vektor b
    x = np.dot(A_inverse, b)

    # Membersihkan nilai yang mendekati 0
    x[abs(x) < tol] = 0

    return np.round(x, decimals=1)
```

```
Hasil = MatriksBalikan(A, b)
# Output
print("Berdasarkan Matriks balikan didapati Solusi SPL Sebagai berikut :\n", Hasil)

x = Hasil[0]
y = Hasil[1]
z = Hasil[2]
# Output
print("Biaya Dasar = Rp.", x)
print("Tarif per KM = Rp.", y)
print("Tarif Per Menit = Rp.", z)
```

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil setelah program penyelesaian SPL dengan kaidah cramer dijalankan maka akan menghasilkan keluaran seperti berikut :

```
Berdasarkan Kaidah Cramer didapati solusi sebagai berikut :
[5253.5 985.9 598.6]
Biaya Dasar = Rp. 5253.5
Tarif per KM = Rp. 985.9
Tarif Per Menit = Rp. 598.6
```

Gambar 4.1 Output program Solusi SPL dengan Kaidah Cramer

(Sumber : Dokumentasi Pribadi)

Hasil setelah program penyelesaian SPL dengan Metode Matriks Balikan dijalankan maka akan menghasilkan keluaran seperti berikut :

```
Berdasarkan Matriks balikan didapati Solusi SPL Sebagai berikut :
[5253.5 985.9 598.6]
Biaya Dasar = Rp. 5253.5
Tarif per KM = Rp. 985.9
Tarif Per Menit = Rp. 598.6
```

Gambar 4.1 Output program Solusi SPL dengan Metode Matriks Balikan

(Sumber : Dokumentasi Pribadi)

Berdasarkan hasil dari program implementasi kaidah cramer dan metode matriks balikan didapatkan hasil yang sama.

1. Tarif Dasar
Tarif dasar adalah tarif tetap yang ditambahkan tidak berdasarkan jarak dan waktu tempuh yang dilakukan. Hasil dari program didapatkan Tarif Dasar sebesar Rp.5353.5.
2. Tarif per Kilometer
Tarif per kilometer adalah tarif yang ditambahkan berdasarkan jarak tempuh yang dilakukan. Hasil dari program didapatkan Tarif per kilometer sebesar Rp.985.5.
3. Tarif per Menit
Tarif per Menit adalah tarif yang ditambahkan berdasarkan waktu tempuh yang dilakukan. Hasil dari program didapatkan Tarif per Menit sebesar Rp.598.5.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan analisis yang didapat dengan implementasi kaidah cramer dan metode matriks balikan dapat disimpulkan tarif perjalanan gojek dapat dibagi menjadi 3 komponen utama, Tarif Dasar sebesar Rp.5353.5, Tarif per kilometer sebesar Rp.985.5, dan Tarif per Menit sebesar Rp.598.5. Model ini memberikan transparansi yang penting dalam perhitungan tarif perjalanan dan dapat membantu pengguna. Hasil ini menunjukkan bahwa sistem persamaan linier dapat diaplikasikan dalam memecahkan permasalahan kehidupan sehari-hari.

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada ALLAH SWT atas kehendak-Nya penulisan makalah ini dapat diselesaikan dengan baik. Penulis ingin mengucapkan terima kasih untuk kedua orang tua penulis atas doa dan dukungannya memberikan kekuatan bagi penulis dalam melanjutkan pengerjaan makalah ini. Selanjutnya, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada para dosen mata kuliah Aljabar Linier dan Geometri, Pak Dr. ir. Rinaldi Munir, Pak Dr. Rila Mandala, Pak Dr. Judhi Santoso, Pak Arrival Dwi Sentosa, M.T. yang telah membimbing dan memberikan ilmu selama perkuliahan Aljabar Linier dan Geometri. Terakhir, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada teman-teman yang telah memberi dukungan untuk menyelesaikan makalah ini.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi (2024). Sistem Persamaan Linier (Bag.1) Bahan Kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri. Diakses pada 27 Desember 2024 dari <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-03-Sistem-Persamaan-Linier-2023.pdf>
- [2] Munir, Rinaldi (2024). Graf (Bag.2) Bahan Kuliah IF2120 Matematika Diskrit. Diakses pada 27 Desember 2024 dari <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-04-Tiga-Kemungkinan-Solusi-SPL-2023.pdf>
- [3] Munir, Rinaldi, 2023. "Sistem Persamaan Linier (SPL) Pokok bahasan: Metode Eliminasi Gauss-Jordan". Diakses pada 27 Desember 2024 dari <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-04-Tiga-Kemungkinan-Solusi-SPL-2023.pdf>
- [4] Munir, Rinaldi, 2023. "Determinan (Bagian 2)".diakses pada 28 Desember 2024) <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-09-Determinan-bagian2-2023.pdf>
- [5] Mathcyber, "materi-soal-dan-pembahasan-aturan-cramer" <https://mathcyber1997.com/materi-soal-dan-pembahasan-aturan-cramer/>

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 26 Desember 2024



Rafa Abdussalam Danadyaksa 13523133